



# Origen de las Fluctuaciones Económicas en Colombia

Alejandro Gaviria • José Darío Uribe

19862

## I. INTRODUCCION

Hasta hace poco tiempo el origen de las fluctuaciones económicas era considerado axiomático. En un mundo keynesiano, con rigideces nominales, aquellas obedecen simplemente a variaciones en la demanda agregada, las cuales se originan, a su vez, debido a cambios de política o a mutaciones exógenas en los "espíritus animales" de las inversionistas. En la década de los 80 la visión anterior comenzó a ser desafiada por las llamadas teorías del ciclo real, las cuales consideran que las fluctuaciones están motivadas por factores reales y, en particular, por cambios tecnológicos.

En este trabajo se intenta una explicación del origen de las fluctuaciones de la economía colombiana utilizando una metodología desarrollada por Shapiro y Watson (1989). Dicha metodología no toma partido a priori en favor de una u otra de las visiones en conflicto descritas en el párrafo anterior, sino que permite que sean los datos los que arrojen la última palabra.

El trabajo está organizado así: en la parte II se presenta el modelo utilizado, en la parte III se describen los resultados y en la IV se presentan algunas conclusiones. Por último, en el anexo, se discuten algunos tópicos relacionados con la econométrica del modelo utilizado.

## II. EL MODELO<sup>1</sup>

El modelo econométrico que se utiliza en este trabajo para identificar las fuentes de las fluctuaciones de la

economía colombiana está basado en la superposición de una dinámica de corto plazo sobre un modelo neoclásico de crecimiento. Así, los movimientos de largo plazo del producto sólo pueden ser atribuidos a cambios exógenos en la oferta laboral o a choques tecnológicos. En el corto plazo, sin embargo, el producto puede desviarse de su senda de equilibrio de largo plazo como consecuencia de variaciones en la demanda agregada. Asimismo, cambios abruptos en la oferta laboral o en la tecnología pueden ocasionar fluctuaciones de corto plazo tal como ocurre en los modelos de ciclo real.

En general, las fluctuaciones del producto pueden ser ocasionadas por choques tecnológicos, por cambios en la oferta laboral o por variaciones en la demanda agregada. La separación de cada una de estas tres fuentes de fluctuaciones se logra a partir de dos supuestos identificantes: el primero establece que los choques de demanda no pueden tener efectos de largo plazo sobre el producto y el segundo que las variaciones en la oferta laboral son exógenas en el largo plazo. Así, el nivel del producto de largo plazo estará determinado exclusivamente por factores de oferta.

En los modelos neoclásicos el crecimiento económico está asociado con la oferta laboral, la acumulación de capital y los cambios tecnológicos. En este trabajo se supone, en principio, que la oferta de mano de obra (l) y la tecnología (a) obedecen a la siguiente dinámica:

<sup>1</sup> Este modelo corresponde a una versión simplificada del presentado por Shapiro y Watson (1989)

$$l_t^* = \delta_l + l_{t-1}^* + P_1(L)v_t \tag{1}$$

$$a_t^* = \delta_a + a_{t-1}^* + P_2(L)e_t \tag{2}$$

donde  $l_t^*$  y  $a_t^*$  son los logaritmos de los niveles de largo plazo de las variables, y  $v_t$  y  $e_t$  corresponden a choques aleatorios no correlacionados e independientes entre sí.  $P_1(L)$  y  $P_2(L)$ , por su parte, son polinomios en el operador de regazo con todas sus raíces por fuera del círculo unitario, lo que equivale a afirmar que los mismos describen trayectorias estacionarias.

El nivel de largo plazo del logaritmo del producto se define a partir de una función de producción Cobb-Douglas:

$$Y_t^* = \alpha l_t^* + (1 - \alpha)k_t^* + a_t^* \tag{3}$$

donde  $k_t^*$  representa el logaritmo del capital de largo plazo. Si se supone, además, que el logaritmo de la relación capital-producto es estable en el largo plazo e igual a  $h$ , la ecuación (3) puede reescribirse como:

$$Y_t^* = \frac{h(1 - \alpha) + l_t^* + (1/\alpha)a_t^*}{\alpha} \tag{4}$$

Ahora bien, si se asocian  $y_t^*$  y  $l_t^*$  con los logaritmos de los valores observados del producto y la oferta laboral, y no simplemente con los valores de largo plazo, la ecuación (4) equivaldría a una representación simplificada de un modelo de ciclo real. Sin embargo, en este trabajo se permite que el producto ( $y_t$ ) y la oferta laboral ( $l_t$ ) puedan desviarse temporalmente de sus niveles de largo plazo ( $Y_t^*$  y  $l_t^*$ ) como consecuencia de choques de demanda agregada ( $w_t^1$  y  $w_t^2$ )<sup>2</sup> o de ajustes transitorios ante choques permanentes en la oferta laboral o en la tecnología ( $v_t$  y  $e_t$ ).

$$l_t = l_t^* + [P_3^1(L) P_3^2(L) P_3^3(L) P_3^4(L)] - [v_t e_t w_t^1 w_t^2] \tag{5}$$

$$Y_t = Y_t^* + [P_4^1(L) P_4^2(L) P_4^3(L) P_4^4(L)] - [v_t e_t w_t^1 w_t^2] \tag{6}$$

La ecuación (5) establece que la oferta de mano de obra ( $l_t$ ) puede responder elásticamente en el corto plazo a cualquiera de las distorsiones especificadas en el modelo. La ecuación (6), por su parte, abre la posibilidad de que el producto pueda separarse transitoriamente del valor de largo plazo señalado por la función

de producción. Así las cosas, la interrelación entre oferta de trabajo y producto especificada por la función de producción (ecuación 3) sólo se cumple en el largo plazo.

Diferenciando (5) y (6) y reemplazando (1), (2) y (4) se obtiene:

$$\Delta l_t = P_1(L)v_t + (1-L)[P_3^1(L)P_3^2(L)P_3^3(L)P_3^4(L)] - [v_t e_t w_t^1 w_t^2] \tag{7}$$

$$\Delta Y_t = P_1(L)Y_t + (1/\alpha) P_2(L)a_t + (1 - L)[P_4^1(L) P_4^2(L) P_4^3(L) P_4^4(L)] - [v_t e_t w_t^1 w_t^2] \tag{8}$$

que son las ecuaciones de la forma reducida que se van a estimar posteriormente (en las mismas se han excluido los interceptos para facilitar la presentación).

El modelo se completa con ecuaciones de la forma reducida para la inflación y la tasa de interés nominal. Al respecto es preciso señalar que existe una restricción adicional sobre la interrelación entre dichas variables. Veamos: el modelo de largo plazo que subyace al esquema presentado supone, implícitamente, que la tasa de interés real de largo plazo es constante, lo que implica, a su vez, que los choques sobre la misma tienen que ser transitorios y que, por tanto, ésta debe ser estacionaria. Así las cosas, si se supone que tanto la tasa de interés nominal como la tasa de inflación son integradas, será necesario suponer también que las mismas están cointegradas. Así, de acuerdo con lo anterior, las ecuaciones para la inflación y la tasa de interés nominal pueden escribirse como:

$$\Delta \pi_t = [P_5^1(L) P_5^2(L) P_5^3(L) P_5^4(L)] - [v_t e_t w_t^1 w_t^2] \tag{9}$$

$$i_t - \pi_t = [P_6^1(L) P_6^2(L) P_6^3(L) P_6^4(L)] - [v_t e_t w_t^1 w_t^2] \tag{10}$$

donde  $\pi_t$  e  $i_t$  son la tasa de inflación y la tasa de interés nominal, respectivamente.

El modelo presentado puede entonces reescribirse como:

$$\begin{pmatrix} \Delta l_t \\ \Delta Y_t \\ \Delta \pi_t \\ i_t - \pi_t \end{pmatrix} = A(L) \begin{pmatrix} v_t \\ e_t \\ w_t^1 \\ w_t^2 \end{pmatrix} \tag{11}$$

2 Los choques de demanda pueden ser entendidos como perturbaciones originadas bien en el mercado de bienes (IS) o en el mercado de dinero (LM).

donde  $A(L)$  es una matriz de polinomios en el operador de rezago que depende, a su vez, de los polinomios  $P_1$  a  $P_6$  que aparecen en las ecuaciones (7), (8), (9) y (10). Los supuestos de identificación restringen los multiplicadores de largo plazo o, lo que es lo mismo, los valores de  $A(1)$ . Recuérdese que, por hipótesis, en el largo plazo la oferta de trabajo es exógena y el valor del producto sólo depende de lo que suceda con esta variable y con la tecnología. Así, la matriz  $A(1)$  puede escribirse de la siguiente forma:<sup>3</sup>

$$A(1) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Es importante anotar, de otro lado, que al no imponer ninguna restricción sobre  $a_{34}$  es imposible separar el impacto de cada uno de los dos choques de demanda y, por tanto, los mismos se considerarán en forma conjunta.

El modelo anterior corresponde a una adecuada descripción de las fuentes de las fluctuaciones de la economía colombiana por una razón: el mismo no considera explícitamente el impacto del café. Claramente, cualquier esfuerzo que se haga para comprender el origen de las fluctuaciones económicas en la historia colombiana reciente tiene que tener en cuenta el café. Lo anterior es obvio si se recuerda que las exportaciones del grano generaron más del 50% de las divisas del país en el período 1950-86 y que, además, los ingresos provenientes de la venta de la cosecha cafetera han sido, sin duda, una importante fuente de demanda por manufacturas y bienes agrícolas de todo tipo.

Para introducir el efecto del café es necesario hacer los siguientes supuestos adicionales: **i)** el precio externo real del café es exógeno y **ii)** el café no tiene ningún efecto sobre la oferta laboral en el largo plazo, pero sí puede afectar al producto en forma permanente. El primer supuesto, aún teniendo en cuenta la importante participación de Colombia en el mercado internacional, no parece problemático. El segundo supuesto es, hasta cierto punto, subsidiario de las ideas estructuralistas que, usualmente, han relevado la posibilidad de que

los choques externos (cafeteros en este caso) tengan efectos permanentes en los países en desarrollo al afectar la disponibilidad de divisas y, por esta vía, la capacidad para importar bienes de capital. El modelo completo puede entonces reescribirse así:

$$\begin{pmatrix} \Delta l_t \\ \Delta Y_t \\ \Delta c_t \\ \Delta \pi_t \\ j_t - \pi_t \end{pmatrix} = C(L) \begin{pmatrix} v_t \\ j_t \\ e_t \\ w_t \\ w_t \end{pmatrix} \quad (13)$$

donde  $c_t$  es el precio interno real del café y  $j_t$  representa un choque cafetero.

### III. RESULTADOS EMPÍRICOS

#### LOS DATOS

Las variables utilizadas en el modelo fueron la oferta laboral ( $l_t$ ), el producto interno bruto ( $Y_t$ ), la inflación ( $\pi_t$ ), la tasa de interés nominal ( $i_t$ ) y los precios externos reales del café ( $c_t$ ). El modelo se estimó con datos trimestrales para el período 1976.1-1992.1. Los datos para la oferta laboral corresponden a cifras sobre población económicamente activa de acuerdo con el DANE. Para el PIB se utilizaron los datos trimestrales estimados por el Departamento Nacional de Planeación. La inflación se calculó a partir de las variaciones del IPC. El precio externo real del café corresponde a la cotización de los llamados cafés suaves colombianos deflactada por la inflación de los Estados Unidos. La serie de tasa de interés nominal se construyó a partir de dos fuentes: hasta 1985 se tomaron los datos reportados en Toro (1987)<sup>4</sup> y luego se utilizaron los datos de DTF.

#### PROPIEDADES DE SERIES DE TIEMPO

El modelo descrito en la sección anterior, implícita o explícitamente, hace una serie de supuestos acerca de las propiedades de series de tiempo de las distintas variables utilizadas. En particular, se supone que la oferta laboral ( $l_t$ ), el PIB ( $y_t$ ), la inflación ( $\pi_t$ ), el precio interno real del café ( $c_t$ ) y la tasa de interés nominal ( $i_t$ ) son series integradas de orden uno, y que la tasa de interés y la inflación están cointegradas.

3 La forma de la matriz  $A(1)$  se obtiene al reemplazar  $L$  por 1 en las ecuaciones (7), (8), (9) y (10).

4 Como las tasas de interés estuvieron controladas durante buena parte del período, Toro (1987) calculó la tasa de interés de mercado a partir de las tasas implícitas en los Certificados de Abono Tributario (CAT).

Ahora bien, tal como lo señalan Shapiro y Watson (1989), la validez de los anteriores supuestos es crucial en la estrategia de modelación; por lo tanto, se hace necesario evaluar empíricamente la verosimilitud de los mismos. Para ello se utilizaron las llamadas pruebas ampliadas de Dickey y Fuller donde se evalúa la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria contra la hipótesis alternativa de ausencia de la misma. En el cuadro 1 se muestran los resultados de la prueba para las distintas variables. Para la oferta laboral y el PIB se utilizó una constante en la especificación de la prueba.

CUADRO 1

## PRUEBAS DE RAIZ UNITARIA Y COINTEGRACION

Variable	Dickey-Fuller t-estadístico	Vlrs. Críticos 5%
$Y_t$	-0.557	-2.910
$l_t$	1.484	-2.910
$\pi_t$	-0.532	-1.946
$C_t$	-1.062	-1.946
$i_t$	-1.233	-1.946
Cointegración ( $i_t$ & $\pi_t$ )	-3.612	-3.440

El número de rezagos de los datos diferenciados se calculó en cada caso según las indicaciones de Campbell y Perron (1991). Las series están dadas en logaritmos.

Los datos del cuadro 1 muestran que en ningún caso puede rechazarse la hipótesis nula de existencia de al menos una raíz unitaria. Asimismo, fue posible rechazar, para niveles de significación superiores al 5%, la hipótesis nula de no cointegración entre la tasa de inflación y la tasa de interés nominal. Lo anterior, hecha la salvedad de la falta de poder de las pruebas de raíz unitaria, confirma la validez de los supuestos del modelo sobre las propiedades de series de tiempo de las distintas variables en él involucradas.

## DIAGRAMAS DE IMPULSO RESPUESTA Y DESCOMPOSICIÓN DE VARIANZA

En los gráficos 1, 2 y 3 se presentan los diagramas de impulso-respuesta de la oferta de trabajo, el PIB y la inflación ante choques en la misma oferta laboral, en la tecnología y en el precio externo del café.<sup>5</sup> Los diagramas fueron normalizados así: el choque sobre la oferta de trabajo corresponde a un aumento de la misma de 1% en el largo plazo, el choque cafetero, por su parte, corresponde a un aumento de 10% en los precios externos del grano, y el choque tecnológico equivale a un incremento del 1% de la productividad del trabajo en el largo plazo.<sup>6</sup> Por último, es importante anotar que las ordenadas de los diagramas pueden interpretarse como cambios porcentuales, pues se trabajó con los logaritmos de las variables, y que éstos fueron desestacionalizados utilizando promedios móviles anuales.

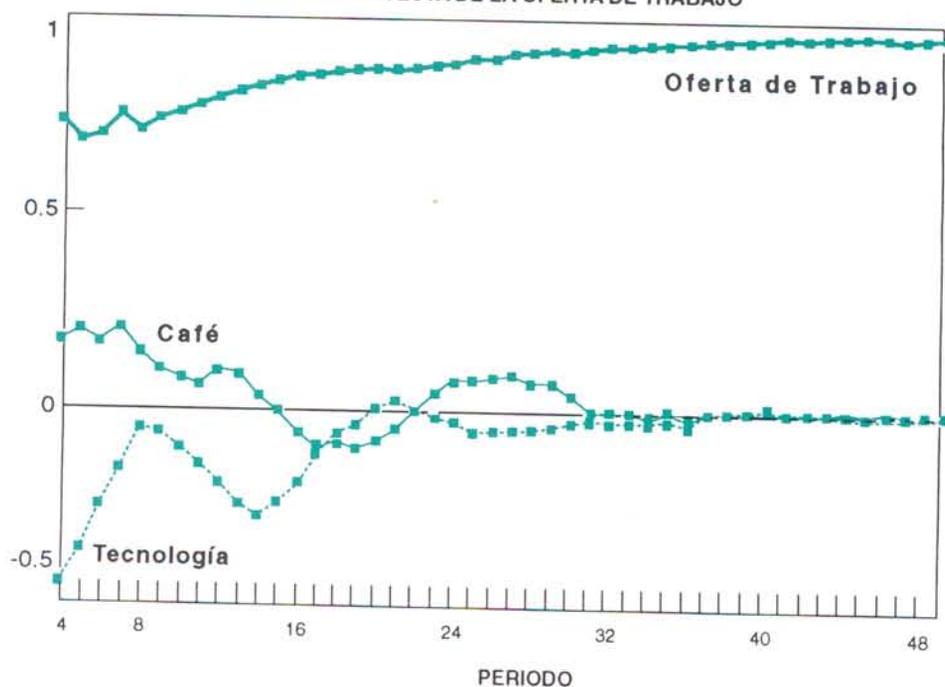
El gráfico 1 muestra la respuesta de la oferta laboral ante los distintos choques. La oferta laboral parece reaccionar con prontitud ante los choques en ella misma: transcurrido un año ésta ha alcanzado casi un 75% de su nivel de largo plazo y después de cuatro años este porcentaje es superior al 90%. Un choque tecnológico, por su parte, tiende a deprimir la fuerza laboral en el corto plazo y es neutral en el largo plazo. Contrariamente, un choque cafetero parece aumentar la oferta de trabajo en el corto plazo; siendo también neutral en el largo plazo.

El gráfico 2 permite apreciar la respuesta del PIB a las distintas perturbaciones. Un aumento de la oferta laboral del 1% ocasiona un incremento del 0.6% del PIB en el largo plazo.<sup>7</sup> La respuesta del PIB ante un choque tecnológico muestra un ascenso inicial, seguido de una caída y un segundo ascenso hasta alcanzar su nivel de largo plazo. De otro lado, la elasticidad de largo plazo del PIB a un aumento de los precios externos reales del café es aproximadamente 0.05; siendo un poco más alta en el mediano plazo.

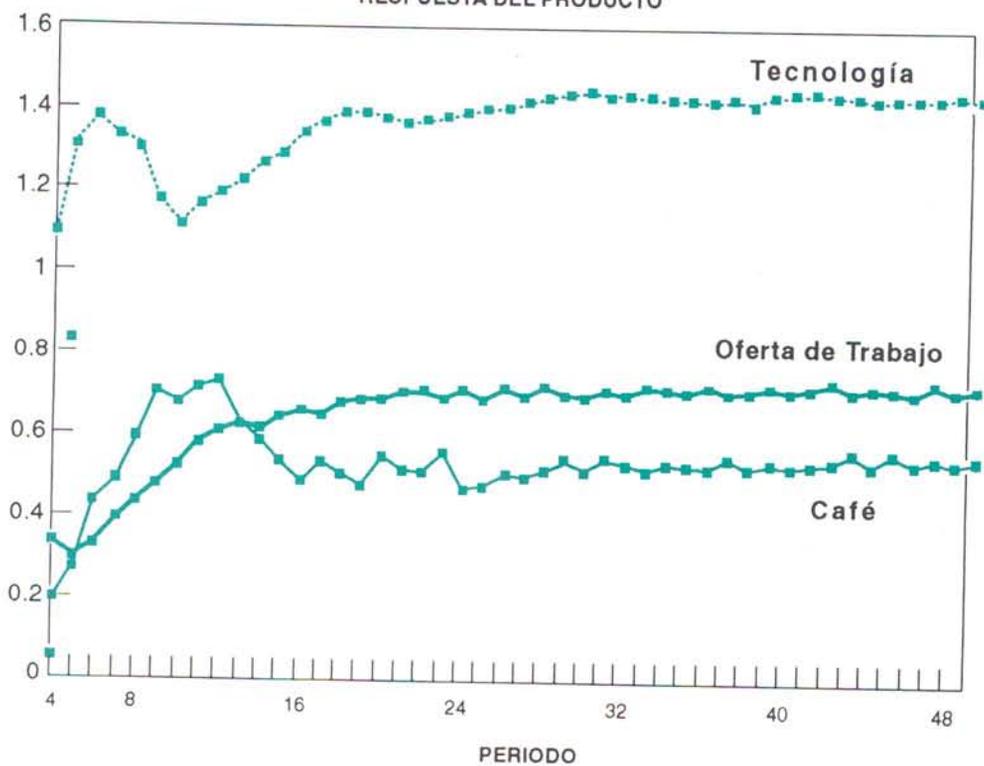
El gráfico 3 ilustra la respuesta de la inflación. Esta parece ser neutral en el largo plazo ante cualquiera de

- 5 Dado que el procedimiento de identificación aquí utilizado no permite discernir los efectos de los choques de demanda, no se reportan los resultados de los mismos.
- 6 De acuerdo con la ecuación (4) este último choque tendrá un impacto de largo plazo sobre el producto de  $(1/\alpha)$ , siendo  $\alpha$  la participación de la remuneración al trabajo en el PIB.
- 7 De acuerdo con la ecuación (4), la elasticidad de largo plazo del producto a la oferta de mano de obra debería ser unitaria. Shapiro y Watson obtienen, para la economía de los Estados Unidos, una elasticidad similar a la aquí reportada.

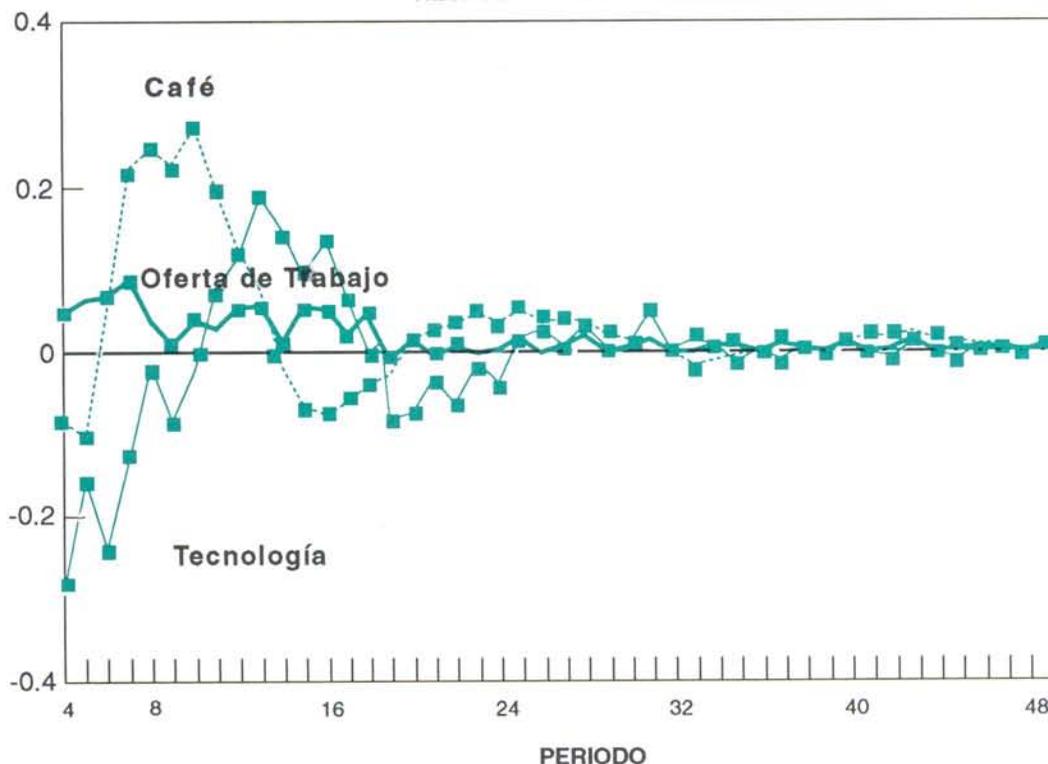
GRAFICA 1  
RESPUESTA DE LA OFERTA DE TRABAJO



GRAFICA 2  
RESPUESTA DEL PRODUCTO



GRAFICA 3  
RESPUESTA DE LA INFLACION



las perturbaciones estudiadas; sin embargo, en el corto plazo la misma responde positivamente a los choques cafeteros. Los choques tecnológicos, de otro lado, tienden a disminuir la inflación en principio y a aumentarla luego de tal forma que el nivel de precios no se ve afectado en el largo plazo.

En el análisis anterior no se incluyeron los resultados para las tasas de interés (nominal y real). Ello obedeció a que la tasa nominal resultó básicamente independiente a las distintas perturbaciones, lo que, a su vez, hace que la respuesta de la tasa real sea análoga a la de la inflación pero con signo cambiado. La aparente independencia de la tasa de interés nominal en la historia reciente de la economía colombiana ya había sido señalada en un trabajo reciente (Reinhart y Reinhart, 1991) y parece confirmar la llamada tesis de Calvo-Vegh, según la cual la tasa de interés sobre un bono líquido, antes que una variable endógena, debe pensarse como un instrumento independiente de la política.

En el cuadro 1 se presenta la descomposición de varianza para la oferta laboral, el PIB y la inflación. Este análisis permite conocer, para varios horizontes temporales, que porcentaje de la varianza de una variable es explicado por cada uno de los choques. En primer lu-

gar, se observa que la oferta de trabajo, tal como se había supuesto, es exógena en el largo plazo. En el corto plazo las cosas no son muy distintas: a pesar de que los choques tecnológicos y cafeteros explican algún porcentaje de la variación en la fuerza laboral, ésta sigue siendo básicamente exógena.

En segundo lugar se presenta la descomposición de varianza para el PIB. Los resultados para el largo plazo obedecen también a otro de los supuestos identificantes: el nivel del producto en el largo plazo está determinado por la oferta laboral, la tecnología y, en menor grado, por el café. En el corto plazo, sin embargo, se obtiene un resultado sorprendente. Los datos del cuadro 1 muestran que, aun para frecuencias altas, las fluctuaciones del producto son ocasionadas básicamente por factores reales, esto es, por la oferta de mano de obra y la tecnología. La demanda sólo alcanza a ser significativa después de un año y el café, contrariando la opinión generalizada, parece ser más importante en el mediano que en el corto plazo. La última parte del cuadro 1 muestra la descomposición de varianza para la inflación. La demanda en el corto plazo y el café en el largo plazo parecen ser los causantes principales de las fluctuaciones de esta variable.

Los resultados descritos en el párrafo anterior merecen varios comentarios adicionales. A primera vista éstos parecen respaldar las teorías de ciclo real. En efecto, de acuerdo con el cuadro 1, las fluctuaciones de corto plazo del producto parecen motivadas en gran medida por cambios en la oferta laboral y en la productividad del trabajo. Sin embargo, una mirada un poco más acusiosa permite entrever otra conclusión. Veamos: los cambios en la productividad del trabajo, que se postulan como una de las fuentes principales de las fluctuaciones del producto en el corto plazo, pueden estar reflejando cambios en la utilización de capacidad

causados, a su vez, por variaciones en la demanda. Así, las contracciones y expansiones de la demanda, disfrazadas aquí de choques tecnológicos, serían entonces el determinante último de las fluctuaciones.

Otro de los resultados sorprendentes del cuadro 1 señala que los cambios en la oferta de trabajo parecen un factor determinante en los movimientos de corto plazo del PIB. De hecho, ninguna escuela de pensamiento económico hoy vigente le ha otorgado un papel crucial a los cambios exógenos de la fuerza laboral en la explicación del ciclo económico. Al comentar un

CUADRO 2

## DESCOMPOSICIONES DE VARIANZA

## Fuerza de trabajo:

Trim	H	Café	Tecnol.	Demanda
1	84.62	5.46	8.65	1.27
2	80.75	8.82	9.59	0.85
3	82.08	6.60	9.69	1.63
4	84.39	6.12	7.91	1.58
8	88.09	5.62	4.45	1.84
16	93.32	2.93	2.74	1.00
24	95.64	1.94	1.73	0.69
48	97.84	0.91	0.79	0.45

## PIB:

Trim	H	Café	Tecnol.	Demanda
1	55.19	3.26	39.88	1.67
2	37.37	1.65	58.69	2.28
3	26.05	13.07	49.46	11.43
4	22.35	11.23	55.79	10.63
8	20.83	22.19	50.64	6.33
16	29.05	24.49	41.23	5.22
24	32.59	22.54	39.60	5.27
48	35.46	19.76	36.73	8.05

## Inflación:

Trim	H	Café	Tecnol.	Demanda
1	0.17	11.96	2.50	85.37
2	0.75	20.19	13.30	65.76
3	0.52	41.40	12.46	45.62
4	2.82	51.90	10.71	34.57
8	3.46	48.28	15.4032.87	
16	5.03	48.56	13.81	32.61
24	5.46	48.74	13.61	32.19
48	5.99	47.56	13.32	33.14

resultado similar obtenido por Shapiro y Watson para los Estados Unidos, Robert Hall (1989) señaló, no sin cierta ironía, que de ser cierta dicha conclusión ello implicaría un replanteamiento fundamental de la macroeconomía. ¿Cuál es entonces la explicación de este resultado?. Al respecto cabría señalar, siguiendo a Hall, que, aparentemente, lo que están mostrando dichos resultados es la presencia de un elemento no observado, tecnológico, financiero o monetario, que está afectando en forma simultánea el producto y la fuerza de trabajo.

#### IV. CONCLUSIONES

En principio, es importante señalar aquí, en contravía con un estudio reciente (Urrutia y Suescun, 1993), en este trabajo se encontró una relación significativa y positiva entre los movimientos del producto agregado y el café. Dicha relación parece cumplirse tanto para el corto como para el largo plazo. Así fue como la elasticidad del PIB "permanente" respecto al precio externo del café fue estimada en 5% aproximadamente.

De otro lado, en este trabajo se realizó un estudio de las fuentes de las fluctuaciones de la economía colombiana. Para responder una pregunta como la anterior es necesario introducir una serie de supuestos de identificación que quierase o no contienen algún grado de arbitrariedad. El mérito del método aquí utilizado radica en que, al dejar de lado las llamadas restricciones de exclusión y concentrarse en las relaciones de largo plazo de las variables, logra reducir los elementos ad hoc de los supuestos de identificación. Sin embargo, a la hora de interpretar los resultados resulta difícil afirmar con certeza cuales, y en que medida, son los verdaderos causantes de las fluctuaciones de corto plazo en la economía colombiana.

Los resultados de este trabajo relieván que el ciclo económico es el resultado de la presencia de perturbaciones de oferta y demanda. Sin embargo, parece difícil, por no decir imposible, trazar una línea divisoria precisa entre ellas. Cualquier intento para hacer lo pro-

pio tendría que realizar supuestos arbitrarios y terminaría, por tanto, encontrando lo que en principio se supuso. Así, puede afirmarse, no sin cierto escepticismo, que parece existir una dificultad insalvable a la hora de cuantificar los distintos componentes del ciclo económico. En este sentido aplicaría para la ciencia económica un concepto similar al llamado principio de incertidumbre de Heisenberg que postula la imposibilidad de conocer, al mismo tiempo, la velocidad y la posición de una partícula subatómica. Queremos, por tanto, terminar este trabajo señalando que la economía podría tener también su principio de incertidumbre: la identificación de las fuentes del ciclo económico.

#### ANEXO<sup>8</sup>

En el capítulo 2 de este trabajo se presentó de manera esquemática el modelo utilizado para estudiar el origen de las fluctuaciones de la economía colombiana. En este anexo se presentan las especificaciones precisas de las ecuaciones que se estimaron. De lo que se trata, en última instancia, es de incorporar los supuestos de identificación en el modelo general tal como aparece en la ecuación (13) del texto.

Se supone, en principio, que la matriz  $C(L)$  de la ecuación (13) es invertible y que, por tanto, puede reescribirse de la siguiente forma:

$$D(L) \cdot X_t = z_t \quad (1a)$$

donde  $D(L) = C(L)^{-1}$ , y  $X_t$  y  $z_t$  corresponden, respectivamente, al vector de variables y al vector de perturbaciones.

El objetivo final del trabajo empírico consiste en la estimación de las perturbaciones ( $z_t$ ) y de la matriz de promedios móviles  $C(L)$ . Para ello se utilizan (i) las restricciones sobre los multiplicadores de largo plazo, esto es las restricciones sobre  $D(1)$ , que a su vez, se derivan de la estructura triangular inferior de la matriz  $C(1)$  tal como se presentó en el texto,<sup>9</sup> y (ii) el supuesto de que los distintos choques son independientes y no autocorrelacionados.

8 Los desarrollos matemáticos de este anexo fueron de Shapiro y Watson (1989).

9 Es bueno hacer una aclaración sobre la diferencia entre la metodología aquí presentada y la empleada en los análisis de vectores autorregresivos (VAR). Mientras en estos últimos la identificación se realiza a partir de las relaciones contemporáneas entre las variables, en otras palabras se restringe la matriz  $D(0)$ , aquí la identificación está basada en las relaciones de largo plazo de las variables, las cuales, a su vez, se derivan de un modelo neoclásico de crecimiento. La ventaja de este último enfoque radica en que los supuestos identificantes tienen aquí una justificación económica precisa, lo que a menudo no sucede en los VAR.

La primera ecuación del sistema (1a) puede escribirse así:

$$\Delta I_t = \sum_{j=1}^p \beta_{ij} \Delta I_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_{kj} \Delta C_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_{yj} \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_{kj} \Delta \pi_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_{ij} (i_{t-j} - \pi_{t-j}) + v_t \quad (2a)$$

Teniendo en cuenta que D(1) es triangular inferior (esto es, que los multiplicadores de largo plazo de  $\Delta C_t$ ,  $\Delta Y_t$ ,  $\Delta \pi_t$  e  $i_t - \pi_t$  con respecto a  $\Delta I_t$  son cero), la ecuación (2a) se transforma en:

$$\Delta I_t = \sum_{j=1}^p \beta_{ij} \Delta I_{t-j} + \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_{kj} \Delta^2 C_{t-j} + \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_{yj} \Delta^2 Y_{t-j} + \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_{\pi j} \Delta^2 \pi_{t-j} + \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_{ij} (\Delta i_{t-j} - \Delta \pi_{t-j}) + v_t \quad (3a)$$

Esta transformación resulta de asegurar que la suma de los coeficientes de los distintos rezagos de las variables sea igual a cero. Así, en (3a) sólo aparecen las diferencias de  $\Delta C_t$ ,  $\Delta Y_t$ ,  $\Delta \pi_t$  e  $i_t - \pi_t$ . Claramente, la ecuación (3a) no puede ser estimada por mínimos cuadrados ordinarios, pues incluye valores contemporáneos de algunas de las variables, los cuales están correlacionados con el término aleatorio ( $v_t$ ). Por tanto, ésta se estimó por variables instrumentales usando como instrumentos los rezagos de uno hasta p para  $\Delta I_t$ ,  $\Delta Y_t$ ,  $\Delta \pi_t$  e  $i_t - \pi_t$  y de cero hasta p para  $\Delta C_t$ .

De forma análoga, para  $\Delta Y_t$  se estimó la siguiente ecuación:

$$\Delta Y_t = \sum_{j=1}^p \beta_{yj} \Delta I_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_{yq} \Delta C_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_{yy} \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_{y\pi j} \Delta^2 \pi_{t-j} + \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_{yij} (\Delta i_{t-j} - \Delta \pi_{t-j}) + \beta_{yv} v_t + e_t \quad (4a)$$

donde se incluyen las diferencias de  $\Delta \pi_t$  e  $i_t - \pi_t$  para garantizar que los correspondientes multiplicadores de largo plazo con respecto a  $\Delta Y_t$  sean cero. La ecuación (4a) puede ser estimada usando los mismos instrumentos de (3a) más  $v_t$ .

Las ecuaciones para  $\Delta \pi_t$  e  $i_t - \pi_t$  son formas reducidas y pueden estimarse por mínimos cuadrados ordinarios. Las ecuaciones que se estimaron fueron las siguientes:

$$\Delta \pi_t = \sum_{j=1}^p \beta_{\pi ij} \Delta I_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_{\pi kj} \Delta C_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{\pi yj} \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{\pi \pi j} \Delta \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{\pi ij} (i_{t-j} - \pi_{t-j}) + \beta_{\pi v} v_t + \beta_{\pi e} e_t + a_t^1 \quad (5a)$$

$$i_t - \pi_t = \sum_{j=1}^p \beta_{ij} \Delta I_{t-j} + \sum_{j=0}^p \beta_{kj} \Delta C_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{yj} \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{ij} \Delta \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{ij} (i_{t-j} - \pi_{t-j}) + \beta_{iv} v_t + \beta_{ie} e_t + a_t^2 \quad (6a)$$

donde los términos de error  $a_t^1$  e  $a_t^2$  corresponden a combinaciones lineales de las perturbaciones de demanda ( $w_1$  y  $w_2$ ). Finalmente, como los choques cafeteros son exógenos su especificación corresponde a:

$$\Delta C_t = j_t \quad (7a)$$

## REFERENCIAS

CAMPBELL, J. Y P. PERRON (1991), *Pitfalls and Opportunities: What Macroeconomists Should Know about Unit Roots*, NBER.

HALL, R. (1989), Comentario a: Shapiro, M. D. y M. W. Watson (1989), *Sources of Business Cycle Fluctuations*, NBER.

REINHART C. Y REINHART. V. (1991), *Fluctuaciones del producto y choques monetarios: evidencia colombiana*, Ensayos sobre política económica, N° 20.

SHAPIRO, M. D. Y M. W. WATSON. (1989), *Sources of Business Cycle Fluctuations*, NBER, 1989.

TORO, J. (1987), *Tasa de interés y variaciones del grado de apertura de la economía colombiana durante el período 1967-87*, Desarrollo y Sociedad, N° 20.

URRUTIA, M. Y R. SUESCÚN (1993), *Bonanzas cafeteras y enfermedad holandesa*, (Presentado en el Seminario sobre Cusiana y la Economía Colombiana, Julio).